

УДК 537.533.7

ВЛИЯНИЕ РАСХОДИМОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ СМИТА-ПАРСЕЛЛА

Д.В. Карловец, А.П. Потылицын

Томский политехнический университет

E-mail: dm-msu12@rambler.ru

Предложена модель для учета влияния вертикальной расходимости электронного пучка на характеристики излучения Смита-Парселла. Показано, что в отличие от горизонтальной расходимости линия в спектре излучения сдвигается в «жесткую» часть. Вычислена форма линии с учетом двумерной расходимости электронного пучка. Показано, что вертикальная расходимость оказывает более сильное влияние на форму и положение линии, чем горизонтальная. Также показано, что расходимость пучка необходимо учитывать в умереннорелятивистском случае для малых углов наблюдения.

В последние годы изучаются возможности применения различных типов электромагнитного излучения для диагностики пучков ускорителей [1–5]. Например, излучение электронов, пролетающих вблизи периодической проводящей структуры в вакууме (излучение Смита-Парселла, далее – ИСП), может быть использовано для невозмущающей диагностики низкоэмиттансных электронных пучков, например, для диагностики длины электронного банча при измерении характеристик когерентного ИСП [5].

Однако влияние расходимости реального электронного пучка на характеристики ИСП ранее исследовалось недостаточно. В работе [4] авторы разработали модель, позволяющую учесть так называемую «горизонтальную» расходимость пучка (в плоскости, параллельной поверхности решетки).

Для создания нового типа лазеров на свободных электронах в субмиллиметровом диапазоне длин волн на основе ИСП (см., например, [1, 6]) также необходимо исследовать влияние конечного эмиттанта пучка на уширение линии ИСП.

В отличие от работы [4] в данной статье развит подход для учёта «вертикальной» расходимости (в плоскости, перпендикулярной решетке).

Чтобы сравнить деформацию линии ИСП, обусловленную расходимостью в двух направлениях, будем использовать простейшую модель ИСП, в которой реальная решетка заменяется набором идеально проводящих полосок (стрипов), разделенных вакуумными промежутками [7, 8]. В этом случае ИСП можно трактовать как резонансное дифракционное излучение.

Как было показано ранее [9] для частиц, пролетающих над решеткой перпендикулярно образующим элементам (например, стрипам), положение линии в спектре определяется формулой Смита-Парселла

$$\lambda_n = \frac{d}{n} \left(\frac{1}{\beta} - \cos \Theta \right), \quad (1)$$

где λ_n – длина волны ИСП, β – нормированная скорость частиц (здесь и далее мы используем систему единиц, где $\hbar = m = c = 1$), Θ – полярный угол наблюдения, d – период решетки, n – порядок дифракции (рис. 1). На рис. 1 также показаны Θ_x , Θ_y – углы излучения в прямоугольной системе координат.

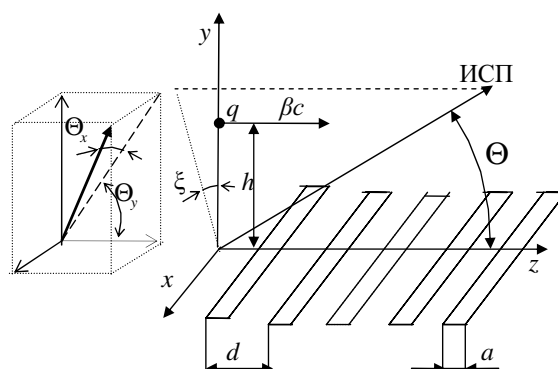


Рис. 1. Геометрия ИСП для «параллельного» пролета

Ширина линии (монохроматичность) определяется числом периодов решетки N

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \sim \frac{1}{N}.$$

Спектрально-угловая плотность дифракционного излучения ультрарелятивистской частицы для подобной решетки запишется в виде [8]:

$$\frac{d^2 W_{GR}(h, \lambda, \xi, \Theta)}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2 W_{DR}(h, \lambda, \xi, \Theta)}{d\omega d\Omega} F_{strip} F_N. \quad (2)$$

Здесь

$$\frac{d^2 W_{DR}(h, \lambda, \xi, \Theta)}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{1}{1 - \cos \Theta} \exp \left[-\frac{4\pi}{\gamma\lambda} h \sqrt{1 + \gamma^2 \sin^2 \xi \sin^2 \Theta} \right]$$

– спектрально-угловая плотность дифракционного излучения для полубесконечного идеально проводящего экрана, W_{GR} – интенсивность излучения от решетки, W_{DR} – интенсивность излучения от полубесконечного идеально проводящего экрана, h – прицельный параметр, λ – длина волны излучения, α – постоянная тонкой структуры, γ – Лоренц-фактор, ξ – азимутальный угол наблюдения;

$$F_{strip} = 4 \sin^2 \left[\frac{\pi a}{\lambda} (\cos \Theta - 1) \right]$$

– функция, учитывающая интерференцию дифракционного излучения на полоске конечной ширины a ,

$$F_N = \frac{\sin^2 \left[\frac{N\varphi}{2} \right]}{\sin^2 \left[\frac{\varphi}{2} \right]}, \quad \varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} (\cos \Theta - 1)$$

— интерференционный множитель.

В работе [4] рассматривалось влияние «косого» горизонтального пролета электронов над решеткой, т.е. когда пучок пролетает параллельно поверхности решетки под углом ψ к перпендикуляру к границе стрипа (рис. 2).

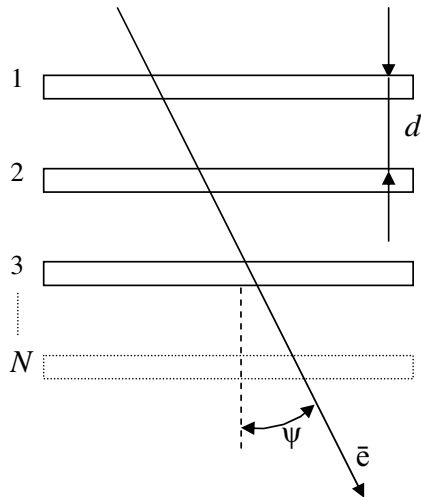


Рис. 2. Непараллельный пролет в горизонтальной плоскости

Авторы цитируемой работы показали, что для релятивистских частиц положение линии в спектре в этом случае совпадает с положением, определяемым формулой Смита-Парселла при замене в (1) d на $d/(\cos \alpha)$. Другими словами, для «горизонтальной» расходимости пучка линия сдвигается в «мягкую» часть спектра. На рис. 3 приведен расчет формы линий ИСП для параллельного пролета ($\alpha=0$) и угла горизонтального пролета $\alpha=\pm 100$ мрад в умереннорелятивистском случае. Параметры решетки выбирались аналогичными эксперименту [1].

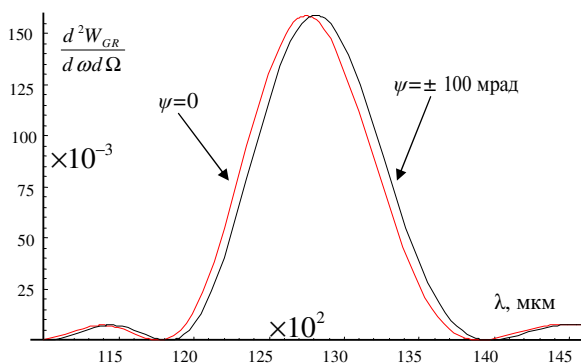


Рис. 3. Сдвиг линии ИСП, обусловленный непараллельным горизонтальным пролетом ($\gamma=12$, $N=12$, $d=12700$ мкм, $a=6350$ мкм, $h=3,5$ мм, $\Theta_0=\pi/2$, $\Theta_x=0$)

Для учета вертикальной расходимости рассмотрим идеализированный случай, когда размером пучка в «фокусе» можно пренебречь по сравнению

с прицельным параметром, рис. 4. В задаче изменяется угол наклона Θ_0 пролетающего электрона, а положение детектора «зафиксировано» относительно решетки. Угол наблюдения Θ_D отсчитывается от плоскости решетки, рис. 4.

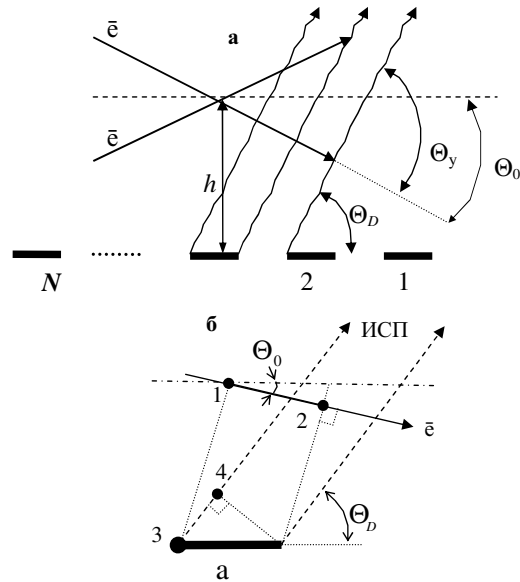


Рис. 4. Непараллельный пролет в вертикальной плоскости. а – угловые переменные для непараллельного вертикального пролета, б – иллюстрация к выводу фазовых соотношений

В этом случае фазовый сдвиг между фотонами дифракционного излучения, излученными от противоположных границ стрипа, будет определяться из геометрических соотношений

$$\phi = \frac{a\pi \left[\cos \Theta_D - \frac{\cos \Theta_0}{\beta} \right]}{\lambda}$$

Как видно из рис. 4, фотон от точки 3 левого края стрипа излучается в момент времени, когда электрон пролетает через точку 1. Фотон от правого края излучается в момент времени, когда электрон пролетает через точку 2. Фазовый сдвиг определяется как разность между временем распространения ИСП от точки 3 до точки 4, где происходит интерференция двух волновых пакетов, генерируемых на входной и выходной границах стрипа, и временем пролета электрона от точки 1 до точки 2.

Аналог формулы Смита-Парселла в этом случае [2]:

$$\lambda_n = \frac{d}{n} \left(\frac{\cos \Theta_0}{\beta} - \cos \Theta_D \right). \quad (3)$$

Используя результаты статьи [2] при замене $\Theta_y = \Theta_0 + \Theta_D$ можно получить формулу для определения интенсивности излучения Смита-Парселла в рассматриваемой геометрии:

$$\frac{d^2 W_{GR}(h, \lambda, \Theta_0, \Theta_D, \Theta_x)}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2 W_{DR}(h, \lambda, \Theta_0, \Theta_D, \Theta_x)}{d\omega d\Omega} F_{strip} F_N. \quad (4)$$

В релятивистском приближении имеем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_{DR}(h, \lambda, \Theta_0, \Theta_D, \Theta_x)}{d\omega d\Omega} = & \frac{\alpha}{4\pi^2} \exp \left[- \left(\frac{4\pi}{\gamma\lambda} \left[h - \frac{d[N-1]+a}{2} |\sin \Theta_0| \right] \sqrt{1+\gamma^2 \Theta_x^2} \right)^2 \right] \times \\ & \times \frac{2\Theta_x^2 (1 - \cos \Theta_0 \cos \Theta_D) + \gamma^{-2} (1 + \cos \Theta_0)(1 - \cos \Theta_D)}{(\Theta_x^2 + \gamma^{-2})(\cos \Theta_D - \cos \Theta_0)^2}, \\ F_{strip} = & 4(\sin h^2 \alpha_1 + \sin^2 \phi), \quad \alpha_1 = \left(\frac{a\pi \sin \Theta_0}{\lambda\gamma} \right) \sqrt{1+\gamma^2 \Theta_x^2}, \\ \phi = & \frac{a\pi \left[\cos \Theta_D - \frac{\cos \Theta_0}{\beta} \right]}{\lambda}, \quad F_N = \left| \frac{1-C^N}{1-C} \right|^2, \quad C = \exp(-\alpha_0 - i\phi_0), \\ \alpha_0 = & \left(\frac{2\pi d \sin \Theta_0}{\gamma\lambda} \right) \sqrt{1+\gamma^2 \Theta_x^2}, \quad \phi_0 = \frac{2\pi d \left[\cos \Theta_D - \frac{\cos \Theta_0}{\beta} \right]}{\lambda}. \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что при $\Theta_0=0$ формулы (4) переходят в выражения для параллельного пролета (2).

Рассмотрим влияние «вертикальной» расходимости на характеристики излучения для умеренно-релятивистского случая ($\gamma=12$) и ультрарелятивистского случая ($\gamma=1000$).

Как было показано ранее в [7], в релятивистском случае дифракционное излучение сосредоточено в плоскости, перпендикулярной к траектории пролета ($\Theta_x \sim \gamma^{-1}$), поэтому для простоты будем считать $\Theta_x \approx 0$.

На рис. 5 приведены результаты расчета линий излучения СП для параллельного пролета ($\Theta_0=0$) и вертикального угла пролета $\Theta_0=100$ мрад в геометрии, соответствующей рис. 4. Из рисунка видно, что для вертикального угла пролета линия сдвигается в «жесткую» область. Сдвиг максимума линии составляет около 0,5 %, увеличение интенсивности в максимуме составляет 6,7 %, уширение линии составляет менее 0,1 %.

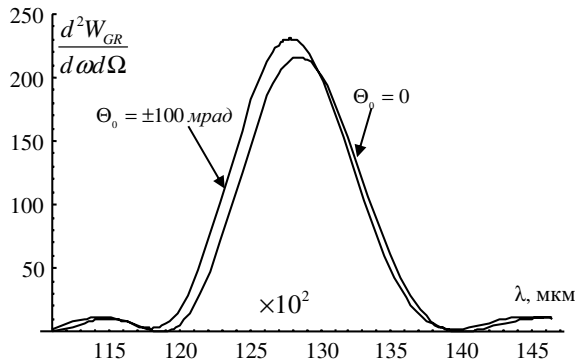


Рис. 5. Сдвиг линии ИСП для вертикального угла пролета $\Theta_0=100$ мрад ($\gamma=12$, $N=12$, $d=12700$ мкм, $a=6350$ мкм, $h=3,5$ мм, $\Theta_0=\pi/2$)

Однако в случае малых углов наблюдения ненулевой угол пролета в вертикальной плоскости оказывает более существенное влияние на форму и положение линии ИСП (рис. 6). В этом случае, даже для сравнительно малого угла пролета, относительный сдвиг линии составляет 0,08 %, увеличение интенсивности 33,7 %, относительное уширение

линии порядка 4 %. Видно, что сдвиг линии практически не зависит от угла наблюдения, однако, интенсивность ИСП для малых углов наблюдения сильно зависит от расходимости пучка.

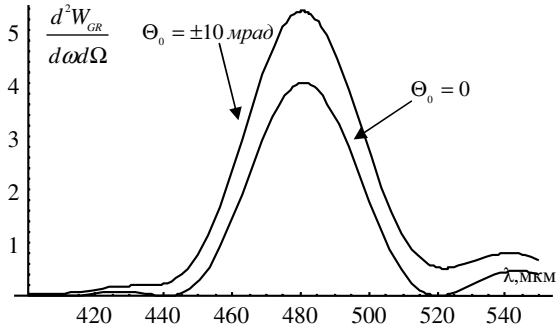


Рис. 6. Сдвиг линии ИСП для вертикального угла пролета $\Theta_0=10$ мрад ($\gamma=12$, $N=12$, $d=12700$ мкм, $a=6350$ мкм, $h=3,5$ мм, $\Theta_0=15^\circ$)

Результаты расчета линий для ультрарелятивистского случая несколько отличаются от предыдущих и приведены на рис. 7 для угла наблюдения $4,5^\circ$ и параметров, использованных в [2]. Как видно из графика, расходимость $\sim 2\gamma^{-1}$ [2] оказывает незначительное влияние: сдвиг линии составляет около 0,06 %, а увеличение интенсивности около 0,6 %. Видно, что в ультрарелятивистском случае сдвиг и интенсивность линии даже для малых Θ_D практически не зависят от вертикальной расходимости.

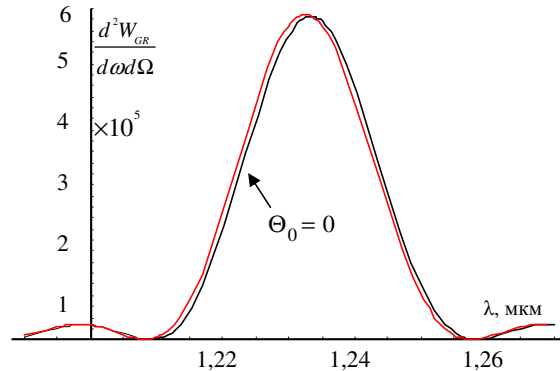


Рис. 7. Сдвиг линии ИСП для вертикального угла пролета $\Theta_0=100$ мрад ($\gamma=1000$, $N=50$, $d=400$ мкм, $a=200$ мкм, $h=100$ мкм, $\Theta_0=4,5^\circ$)

Одним из распространенных приближений, используемых при описании расходимости пучка, является гауссовское распределение. Необходимо усреднить выражение (4) по этому распределению с заданной дисперсией σ^2 :

$$\left\langle \frac{d^2 W_{GR}(h, \lambda)}{d\omega d\Omega} \right\rangle = \frac{\int_{-3\sigma}^{3\sigma} P(\Theta_0, \sigma) \frac{d^2 W_{GR}(h, \lambda, \Theta_0, \Theta_D)}{d\omega d\Omega} d\Theta_0}{\int_{-3\sigma}^{3\sigma} P(\Theta_0, \sigma) d\Theta_0},$$

где $P(\Theta_0, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Theta_0^2}{2\sigma^2}\right)$ – функция Гаусса, описывающая распределение частиц по углам относительно среднего направления $\Theta_0=0$.

Расчеты формы усредненных линий излучения для дисперсии $\sigma=40$ мрад (угол наблюдения 90°) в умереннорелятивистском случае приведены на рис. 8. Для столь большого угла наблюдения сдвиг линии за счет вертикальной расходимости составляет менее одного процента, уширение – менее 0,1 %. Можно показать, что в ультрарелятивистском случае даже для малых углов наблюдения сдвиг линии также не превышает 1 %, увеличение интенсивности составляет порядка 1 %, рис. 9.

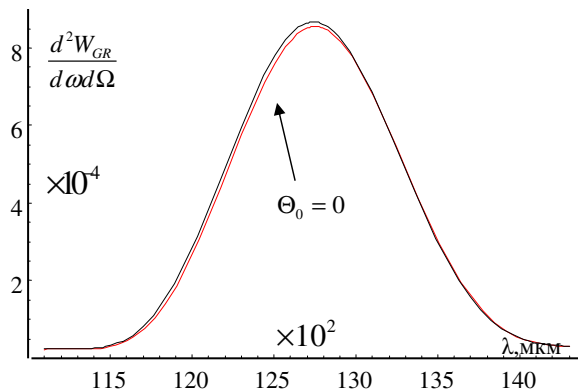


Рис. 8. Сдвиг линии ИСП, усредненный по интервалу углов пролета, $\sigma=40$ мрад, $\Theta_0=90^\circ$

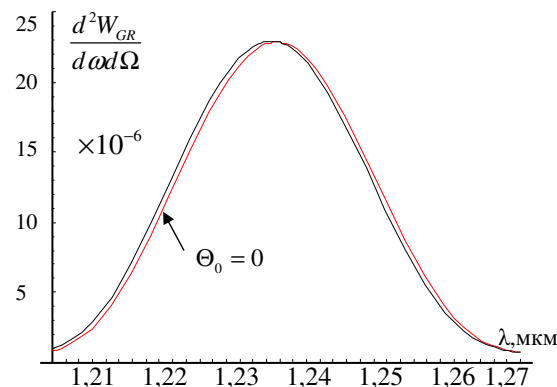


Рис. 9. Сдвиг линии ИСП за счет конечного интервала углов пролета, для угла наблюдения $4,5^\circ$, $\sigma=2$ мрад, $\gamma=1000$

Для учета реальной (двумерной) расходимости электронного пучка необходимо провести усреднение характеристик излучения, как по горизонтальной, так и по вертикальной расходимости.

Проведя усреднение с одинаковыми дисперсиями для обоих направлений, можно получить кривую с учетом двумерной расходимости пучка. Во избежание касания решетки пучком выберем значения дисперсий $\sigma_y=\sigma_x=10$ мрад. Для случая умереннорелятивистских частиц при угле наблюдения $\Theta_0=90^\circ$ линия практически не деформируется, а увеличение интенсивности в максимуме составляет порядка 1 %. Однако для малых углов наблюдения ($\Theta_0=15^\circ$) в умереннорелятивистском случае расходимость пучка оказывает существенное влияние на форму линии ИСП (рис. 10). Сдвиг максимума в данном случае составляет 0,1 %, увеличение интенсивности линии в максимуме доходит до 39 %; также наблюдается уширение на величину ~ 3 %.

Как видно из рисунка, вертикальная расходимость оказывает большее влияние на деформацию линии, чем горизонтальная. Для умереннорелятивистского случая полную расходимость пучка необходимо учитывать для углов наблюдения $\Theta_0 < 90^\circ$, однако, последний необходимо выбирать из условия $\sigma \ll \Theta_0$, т.к. в противном случае расходимость оказывает значительное влияние на уширение линии ИСП и увеличение интенсивности.

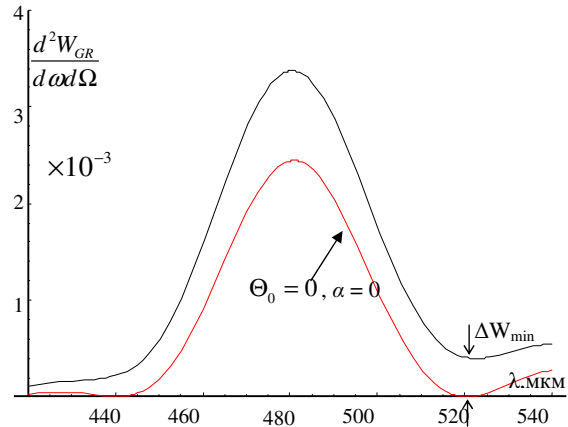


Рис. 10. Сдвиг линии ИСП, усредненный по интервалам углов горизонтального и вертикального пролета, $\gamma=12$, $\sigma_y=\sigma_x=10$ мрад, $\Theta_0=15^\circ$

Из рис. 10 также видно, что вертикальная расходимость пучка приводит к образованию непрерывной «подложки» в спектре ИСП. Интенсивность в минимуме усредненной линии ΔW_{\min} составляет 11,7 % от интенсивности в максимуме. Можно показать, что в ультрарелятивистском случае такая «подложка» составляет менее 0,5 % от интенсивности в максимуме линии ИСП. Так же как и уширение линии ИСП этот эффект сказывается сильнее для малых углов наблюдения в умереннорелятивистском случае.

Таким образом, в данной работе было показано, что вертикальная расходимость пучка приводит к сдвигу линии ИСП в «жесткую» область, в отличие от горизонтальной расходимости. При этом по мере уменьшения угла наблюдения влияние конечного эмиттанта пучка на форму и положение линии ИСП возрастает, однако, для углов наблюдения $\Theta_0 \gg \sigma$ смещение и уширение линии следует учитывать только для умереннорелятивистских электронов ($E \leq 10$ МэВ).

Данные результаты были получены с использованием простейшей модели излучения Смита-Парселла, где толщина стрипов реальной решетки не учитывается, т.к. выполняется условие $\lambda \leq b \leq \gamma \lambda$ (b – толщина полосы). Однако данное приближение позволяет получить полуколичественные оценки для учета влияния вертикальной расходимости пучка на характеристики ИСП. Это, в свою очередь, позволяет использовать данные результаты как для невозмущающей диагностики пучков ускорителей, так и для создания новых моделей лазеров на свободных электронах на основе эффекта Смита-Парселла, где монохроматичность линии в спектре играет определяющую роль.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алейник А.Н., Арышев А.С. и др. Стимулированное излучение Смита-Парселла // Письма в ЖЭТФ. — 2004. — Т. 79. — № 7. — С. 396–399.
2. Potylitsyn A.P., Karataev P.V., Naumenko G.A. Resonant diffraction radiation from an ultrarelativistic particle moving close to a tilted grating // Phys. Review E. — 2000. — V. 61. — № 6. — P. 7039–7045.
3. Doucas G., Kimmitt M.F., Brownell J.H., Trotz S.R., Walsh J.E. A new type of high-resolution position sensor for ultra-relativistic beams // Nucl. Instr. and Meth. Phys. Research A. — 2001. — V. 474. — P. 10–18.
4. Haeberlé O., Rullhusen P., Salomé J.-M., Maene N. Smith-Purcell radiation from electrons moving parallel to a grating at oblique incidence to the rulings // Phys. Review E. — 1997. — V. 55. — № 4. — P. 4675–4683.
5. Aryshev A., Kalinin B., Naumenko G., Potylitsyn A. e.a. Experimental investigation of coherent Smith-Purcell radiation from a «flat» grating // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Research B. — 2005. — V. 227. — P. 175–179.
6. Urata J., Goldstein M., Kimmitt M.F. e.a. Superradiant Smith-Purcell emission // Phys. Rev. Letters. — 1998. — V. 80. — № 3. — P. 516–518.
7. Потылицын А.П., Стриханов М.Н. Резонансное дифракционное излучение ультрарелятивистских частиц // Известия вузов. Физика. — 2002. — № 9. — С. 65–72.
8. Potylitsyn A.P. Resonant diffraction radiation and Smith-Purcell effect // Phys. Letters A. — 1998. — V. 238. — P. 112–116.
9. Smith S.J., Purcell E.M. Visible Light from Localized Surface Charges Moving across a Grating // Phys. Rev. — 1953. — V. 2. — № 4. — P. 1069.

УДК 535.211

САМОВОЗДЕЙСТВИЕ ГАУССОВА ПУЧКА В ЖИДКОФАЗНОЙ МИКРОГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЕ

В.И. Иванов, Ю.М. Карпец, А.И. Ливашвили, К.Н. Окишев

Дальневосточный государственный университет путей сообщения. г. Хабаровск

E-mail: kjum@festu.khv.ru

Теоретически рассмотрен нелинейно-оптический эффект самовоздействия гауссова пучка в микрогетерогенной среде с учетом электрострикционной и термодиффузионной нелинейностей.

Микрогетерогенные среды (суспензии, эмульсии) обладают целым рядом специфических механизмов кубичной нелинейности, обусловленных перераспределением компонент под действием падающего на среду излучения. Концентрационные потоки при этом могут быть вызваны, например, электрострикционными силами [1], термодиффузией [2].

Типичным нелинейно-оптическим эффектом, проявляющимся в средах с кубичной нелинейностью, является самовоздействие излучения, заключающееся, в частности, в образовании ограниченными в поперечном сечении пучками самонаведенной линзы. При этом может наблюдаться как фокусировка излучения (керровская нелинейность) так и дефокусировка (например, тепловое расширение среды). Как правило, линза, наводимая гауссовым пучком, обладает аберрациями, причем стационарное распределение показателя преломления среды может существенно отличаться от гауссова. Искажения пучка можно описывать в двух приближениях: аберрационном и безаберрационном. Во втором случае центральную часть линзы можно приближенно описать эффективным фокусом, в первом же случае задача решается обычно численными методами.

В данной работе получено точное решение, описывающее самонаведенную линзу в микрогетерогенной среде, в которой одновременно действуют два концентрационных механизма нелинейности — электрострикционный [1] и термодиффузи-

онный [2, 3]. Особенность данной задачи состоит в том, что концентрационный и тепловой потоки в среде термодинамически перемешаны.

Рассмотрим гетерогенную среду, состоящую из дисперсионной среды с коэффициентами поглощения $\alpha_{1,2} = \alpha$ и частиц дисперсной фазы с концентрацией C . Полагая толщину слоя среды d малой ($\alpha d \ll 1$), температуру и концентрацию частиц можно считать постоянной по глубине среды. Распределение интенсивности падающего излучения в плоскости слоя имеет вид $I = I_0 \exp(-r^2/\omega^2)$, где ω — радиус гауссова пучка, r — расстояние от центра пучка. В приближении линейной неравновесной термодинамики потоки J_i связаны линейно с термодинамическими силами X_j :

$$J_i = \sum_{j=1}^n L_{ij} X_j,$$

где L_{ij} — постоянные кинетические коэффициенты.

Изменение концентрации дисперсных частиц находим, решая систему балансных уравнений для концентрации частиц и теплового потока:

$$c_p \rho \partial T / \partial t = -\operatorname{div} J_1 + \alpha I_0 \exp(-r^2/\omega^2), \quad (1)$$

$$\partial C / \partial t = -\operatorname{div}(J_2 + J_3), \quad (2)$$

где T — температура среды, J_1 и J_2 — тепловой и концентрационный потоки соответственно, c_p , ρ — удельные теплоемкость и плотность среды, $J_3 = \gamma C \operatorname{grad} I$ — электрострикционный поток, $\gamma = (2\beta b / cn)$ [1], (β , b —